问题：

Tomography 是一种通过成像域线积分形式的数据进行重建场景工作的成像技术，它的一个基本假设就是在重建过程中数据值的精准对齐，例如，数据值和线积分之间的关系是精准的。在很多应用中，就很有必要使用软件对齐或者图像配准技术建立因在旋转物理样本事的失调关系，例如电子和x射线断层成像中。

但是，在很多情况下，高精度的软件对准仍然是一个挑战，而由于对齐不当导致成像分辨率的严重损失。

方法：在本文中，我们提出一种新的方法，通过完全不同的角度来考虑对齐问题，把这个问题转化成恢复傅里叶域的相位的问题的重建算法。这些相位移动的恢复是通过计算失调数据和当前重建之间的差异来做的数据配准。

验证：最后，分析了我的方法的立足点就是为什么通过相关的投影匹配可以通过低通滤波来改进，我们证明了这一点。

该方法在广泛的例子和设置中得到了验证。

层析成像是一种在大范围尺度上成像二维和三维结构的工具，e.g。 医学CT成像、纳米电子断层扫描和地下地震断层扫描等。一般来说，计算机断层成像是需要严格的建立在数学和科学技术的基础上。然而每个具体的应用都有独特的挑战，因为其中的数据采集机制的数学理论基础是不一致的。因此，断层成像的研究的这种差异被正确的识别和新的技术推动断层成像的边界进入新的应用程序。

本文讨论了数据配准的预处理问题，对于很多的层析成像问题这是固有的问题。简单的说，图像数据是由成像物体的线性或者局部积分函数组成，这个图像数据会被加工重建成一个近似的函数。数据扫描问题是在数据建模的过程中，由于数据采集的性质可知每个局部积分的位置或者路径可能不准确。通常在用这些数据进行重建之前要对这些数据进行预处理，而且即使这样也不能确定在数据扫描的过程中，设备是不是有正确精准的对齐。展望未来，在各种应用中，改进传感技术可能有潜力去缓解这个问题。然而随着其它成像技术的出现和成像极限受到挑战，这个问题可能会持续下去。图像处理技术将继续是克服这些问题的必要和有利的工具。

方法一：最常见的扫描策略是简单的将相邻数据较差关联，并希望在全局范围内数据都能正确对齐。 不幸的是，交叉相关模型纯粹是启发式的。交叉相关导致的最明显的误差是扫描过程中的累积漂移，这就意味着，在附近的角度上，相对位置数据值的对齐很好，但是小误差积累导致了全局的对齐误差。

方法二：根据识别场景中的明亮特征对数据进行对齐。这个方法可以产生非常准确的结果，特别是如果有许多这样的特征很好的分布在整个场景中。不幸的是这些特征并不总是可用的。

方法三、共线法。 试图使他们的投影在傅里叶域共线。

方法四、基于质心方法，基本上是利用了Helgasson-Ludwig一致性条件。

据我们所知，这些方法是第一次依赖于数学模型扫描方法，可以在确定条件的环境下被证明结果正确。

精确配准的条件在理论上是依赖第一次将对齐减少到仅平移来实现

在本文中，我们提出了一种新的方法，我们称之为基于阶段的对齐。首先，把未注册数据的问题转化成傅里叶域里面求相角误差的问题。这样，我们考虑纠正对于数据配准误差，通过等效估计傅里叶域中的相移。我们通过计算数据和重建图像投影之间的相移，并结合迭代结构算法迭代更新配准。为了帮助恢复正确的相移，我们利用正则化重建的方法(例如。 非负或总变异)，因为对于未确定的问题方法，如滤波反投影或普通最小二乘，可以恢复解决方案精确匹配不对齐的数据值（因此可能会发生很少的细化）。

最后，我们提到一种迭代对齐方法，它由几个名称组成，我们将它称为投影匹配。我们证明这种方法与本文提出的方法有一定的关系。稍后，我们将在第3.4节讨论这一问题，并讨论我们的方法对基本投影匹配的改进原因。此外，出于分析新方法的原因，在我们的新方法中，我们演示了如何显著改进基本投影匹配，并取得了与我们基于阶段的方法相媲美的结果。

本文的基本结构如下。第二部分、基础知识；第三部分程序的确切细节，初始结果和样本研究。第四部分，一组完整的数据实验。第五部分，该方法被应用到电子断层扫描数据。

基础知识

二维傅里叶变换

我们提出了一种基于重建校准的新的矫正方法。通过确定最佳的位移来重建f。采用傅立叶变换，误差变为线性相位移位误差。

一元离散傅里叶变换，频率k

最后要考虑噪声的影响，噪声项服从均值为0 方差为的高斯分布,它的一维傅里叶变换也服从复平面上均值为0，方差为 的高斯分布

总结:

显然在实践中，我们不能通过使用6来确定相移，因为分母中有真是数据，它是我们想要改进重建的东西。然而，来自不对齐数据的近似重建预测可能使我们能够估计这些值。

对于教的的频率值k，噪声将发挥更大的作用，我们也可能接收包裹的相位。因此，k的较小值将更具有信息性。

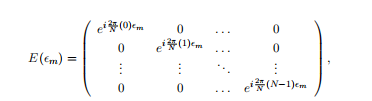
第三部分

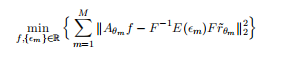
让我们用f(J)表示{reθm}M=1中f的迭代j的一些电流重建。 假设失调不是压倒性的大，我们可以推断f(J)的投影在一定程度上满足未知的理想数据{rθm}M=1。 如果我们实现了一些用于重建f(J)的正则化，例如非负性或`1，这尤其正确，因为失调的数据将导致通过正则化实现的不一致或矛盾的数据值。例如， 每个数据点被建模为f沿某条线的积分。 因此，如果某些数据点为零，在非负性条件下，我们推断f沿线上的所有点明显为零。 然而，不对齐的数据可能会在这方面给我们带来不一致（见图1）。 与正则化相结合的失调数据可能导致整个图像中的不一致，从而导致f(K)的投影在一定程度上满足{reθm}MM=1和{rθm}MM=1。 另一方面，诸如没有正则化的普通最小二乘等方法可以恢复与数据完全一致的解，特别是对于欠确定的问题，因此激励使用正则化，如非负性和总变异。

1603084947(1)

如果后面部分分子分母不相同，那么就会有复数存在，而且显然，噪声也会包含在内。注意，移位估计取决于两个参数：用于估计移位的频率k和我们选择更新移位的迭代(S)j。 这些参数的合适选择，然后我们确定一些理想的位移将是一个重要的考虑因素。 现在，让我们假设从（10）我们已经确定了一些理想的位移，然后我们简单的将这些位移应用于1603085746(1)，并通过表示1603085752(1)更新数据。然后我们可以从更新的数据中重建f(j),

3.1算法描述和初始结果

设F表示一维离散傅里叶变换，设Aθm表示将f映射到rθm的离散Radon变换。相位矫正对角矩阵

最小化的问题可以写成：

1603086265(1)加先验信息sucn as TV norm

3.4 投影匹配和投影匹配改进的关系

在对齐技术最初发展的一段时间里，我们能够发展出与迭代对齐方法的明确关系，我们称之为投影匹配。首先，这两种方法通过迭代地根据当前解决方案和数据之间的差异来细化对齐。 PM的主旨是通过注册/匹配来迭代地重新调整获得的失调投影，并使用当前的解决方案进行相应的投影。 更正式地说，让失调的投影再次用1603087943(1)表示，并让1603087950(1))给出当前解f0的角度θm的投影)。以其最简单的形式，通过将1603087943(1)与1603087950(1))交叉关联，即给出了更新的对齐(在连续设置中的特征。 找到新的对齐移位1603088038(1)通过

1603088043(1)这种方法已被证明提供了适度的改进，但改进的对齐往往显示出缓慢的收敛[17]。 根据我们的经验，只有当数据严重失调时，任何细化才会用这种方法来实现，因此细化不会收敛到精确的最终对齐。

为了将这种方法与我们的方法更紧密地联系起来，采用傅里叶变换并使用Parseval定理，我们看到（16）是等价的1603088133(1)这里F是沿着x变量取连续的一维傅里叶变换，类似于我们以前对DFT的描述，F(rθm)。 通过这种重新制定，方法看起来更像我们的方法。然而，我们的方法只包括使用精确公式确定1603088038(1)的低频值。 因此，如果在匹配之前应用低通滤波器(LPF)，或者只计算（17）中的积分在小值k上，PM将与我们的方法更密切地联系在一起。图4演示了这一想法，其中我们重复了从图2中设置的交叉相关作为失调，并添加信噪比为15的噪声，并应用PM与LPF和不使用LPF。 如左下角面板中恢复的移位值所示，没有LPF的PM基本上没有或非常慢的移位校正，并且使用LPF，该方法恢复的移位值与我们基于相位的方法几乎相同。 位移的收敛性显示在左上面板，其中PM与LPF收敛仅略慢于我们的方法，但可能会通过精细的参数调整来改进。 这种连接提供了洞察为什么PM通过互相关更稳健时，结合LPF。 此外，PM更无缝地扩展到3D设置。

3.5正确注册数据的非唯一性

乍一看，似乎有一些最优移位的独特解决方案。 然而，这是不正确的，理论上可以存在无限多的解。 这可以用简单的术语解释，因为两组唯一的恢复移位可以恢复两个精确的解决方案。我们可以恢复˜f(x，y)=f(x-α，y-β)。 指出这一点的主要目的是为了本文所使用的误差分析。 首先，我们显然不能简单地测量恢复的位移和一些应用的失调位移。 我们也不能简单地从真实的测试图像中测量重建中的误差。 相反，我们首先确定平移，以匹配重建图像与测试图像，然后测量相对误差。 在这个领域，可以看出翻译应该由互相关来确定，因为两幅图像的互相关会产生位移，从而最小化图像之间的距离(或相对误差。

4在本节中，我们给出了其他各种模拟的结果，以证明我们的方法的鲁棒性。 我们实现了我们的方法，增加了电视正则化和4个额外的测试图像。 对于TV算法，PBA自然地与交替方向乘子法(ADMM)算法进行网格划分，该算法在[31]上是公开的。 在补充材料中，我们提供了额外的模拟，证明了我们的方法对有限数据的鲁棒性。

4.2 噪声分析

在这里，我们分析了我们的方法对越来越高的噪声水平的鲁棒性。对于图5中得5幅测试图像，我们应用了随机失调和i.i.d.men=0得高斯噪声到正弦函数其中方差被设置成产生期望得信噪比。然后，我们将各种重建和对齐算法应用于这些数据，由此产生得幻影得重建误差如图6所示，以及一些样本正弦图和重建图像。为了比较的目的，我们还包括从噪声但完全对齐的数据重建，以显示我们可以希望对齐得最好的结果。我们在这里清楚地看到，TV提供了一个显著的改进，特别是在低信噪比值。我们还再次观察到，具有LPF的PM产生的结果与我们提出的方法非常相似，并且在所有情况下，这些对齐方法产生的误差与完全对齐的数据大致相同。 因此，我们的方法在每个信噪比水平上取得了几乎最好的结果。

总结：我们提出了一种新的基于相位的正弦图数据对齐方法，用于精确的层析重建。 PBA的工作使得数据对齐被迭代确定并在数值重建算法中自动实现。 该方法通过将数据的傅里叶域中的失调物理位移转换为乘法相移来工作，并通过失调数据与当前重建解之间的差异来准确地估计相移。 我们已经证明，这种方法在各种情况下是非常准确和稳健的。即，它对有限数据和噪声数据具有鲁棒性，对SIRT和TV算法都是有效的。 我们还表明，我们的算法在电子显微镜数据集上表现良好，甚至与原始作者[22]提供的手动对齐数据相比，在对齐方面也有了一定的改进。 虽然我们的方法显示出很大的前景，但未来的研究应该进行，以充分发挥我们的方法的潜力。 这些还可能包括增加额外的失调参数，例如不准确的角度测量。 尽管如此，我们对这种方法推进自动层析成像的能力充满信心